Министерство молодежной политики и спорта

Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение «Саратовское областное училище (техникум) олимпийского резерва»

### **Методическое пособие**

### **для выполнения практических работ**

### **по математике**

**для студентов 1 курса**

### **2019**

### Методическое пособие «Сборник упражнений для самостоятельной работы по математике» разработано в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом СПО третьего поколения и программы по математике для специальностей среднего профессионального образования. Оно содержит практические задания в четырёх вариантах по всем разделам курса математики, примерный вариант письменной экзаменационной работы и справочный математический материал.

Каждая работа ориентирована на контроль знаний, развитие умений по изученной теме.

Это пособие будет хорошим помощником при формировании навыков самостоятельной работы, как для студентов техникума, так и для учащихся 10-11 классов при подготовке к ЕГЭ.

Автор: Е.В. Лашова

**Содержание**

1. Пояснительная записка………………………………………………………....4
2. Вопросы и задания для самостоятельной работы…………………………..5
3. Примерный вариант письменной экзаменационной работы……………….60
4. Справочный материал ………………………………………………………...64
5. Литература ……………………………………………………………………84

**Пояснительная записка**

Данное методическое пособие разработано в соответствии с новой учебной программой дисциплины «Математика» на базе основного общего образования. Оно включает в себя практические работы по всем разделам курса, примерные контрольные вопросы для самопроверки, примерный вариант итоговой работы, справочный материал.

Практические занятия служат связующим звеном между теорией и практикой. Они необходимы для закрепления теоретических знаний, полученных на уроках теоретического обучения, а также для формирования практических умений и навыков.

Зачет по каждой практической работе студент получает после её выполнения и предоставления отчета, а также ответов на вопросы преподавателя, если таковые возникнут при проверке выполненного задания.

**Цели практических занятий:**

* помочь студентам систематизировать, закрепить и углубить знания теоретического характера;
* научить студентов приемам решения практических задач, способствовать овладению навыками и умениями выполнения расчетов, графических и других видов заданий;
* научить их пользоваться справочной литературой и таблицами;
* формировать умение учиться самостоятельно, т. е. овладевать методами, способами и приемами самообучения, саморазвития и самоконтроля.

В результате проведения практических занятий по дисциплине «Математика» студент должен:

**знать:**

* основные математические методы решения прикладных задач;
* роль и место математики в современном мире при освоении профессиональных дисциплин и в сфере профессиональной деятельности.

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №1**

***«Развитие понятия о числе»***

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:**

1. Повторить знания обучающихся по теме: «Развитие понятия о числе»
2. Организовать деятельность обучающихся по переводу своих знаний от усвоения отдельных фактов и понятий к их обобщению в целостную систему знаний.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

**ОБОРУДОВАНИЕ**: инструкционно - технологические карты, справочные пособия по алгебре, микрокалькуляторы.

**ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:**

1. С помощью справочных пособий по алгебре повторить:

а) правила действий над обыкновенными дробями;

б) формулы сокращенного умножения;

в) способы разложения выражения на множители;

г) правило сокращения дробей;

д) абсолютная и относительная погрешность;

е) действия с комплексными числами.

2. Изучить условие заданий для практической работы.

3. Оформить отчет о работе.

**ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ**

**Вариант 1**

1. Вычислите значение выражения: 
2. Разложите на множители: (х-5)2-16
3. Округлите число с точностью до одной десятой и вычислите абсолютную и относительную погрешность.
4. Выполнить действия: (4 2+5 – (3+*i*)
5. Вычислить с МК:

**Вариант 2**

1. Вычислите значение выражения:
2. Упростить выражение: (C+2)(C-3) - (C-1)2
3. Округлите число с точностью до одной десятой и вычислите абсолютную и относительную погрешность.
4. Выполнить действия: (3 - *i*)2
5. Вычислить с МК:

**Вариант 3**

1. Вычислите значение выражения:
2. Упростить выражение: 4ав+2(а + в)2
3. Округлите число с точностью до одной десятой и вычислите абсолютную и относительную погрешность.
4. Выполнить действия: (-3+2*i*) +(-1-7*i*) – (-2+3*i*)
5. Вычислить с МК:

**Вариант 4**

1. Вычислите значение выражения:
2. Упростить выражение: 3(х + у)2 – 6ху
3. Округлите число с точностью до одной десятой и вычислите абсолютную и относительную погрешность.
4. Выполнить действия: (5 + 2*i*)2
5. Вычислить с МК: (0,23+4,19) 3

**Контрольные вопросы**

1.Какие числа называются: а) натуральными, б) целыми, в) рациональ- ными, г) иррациональными, д) действительными? Как обозначаются множества этих чисел?

2. Сформулируйте определение: а) абсолютной, б) относительной погрешности?

3. Сформулируйте определение границы: а) абсолютной, б) относительной погрешности.

4. Сформулируйте определение: а) верной, б) сомнительной, в) значащей цифры.

5. Правила записи десятичной периодической дроби в виде обыкновенной дроби.

6. Что называется комплексным числом?

7. Какие комплексные числа называются сопряженными?

8. Сложение и вычитание комплексных чисел.

9. Умножение комплексных чисел в алгебраической форме.

10. Деление комплексных чисел в алгебраической форме.

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №2**

### **«Преобразование выражений, содержащих радикалы»**

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Преобразование выражений, содержащих радикалы».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности обуч-ся.

**ОБОРУДОВАНИЕ**: инструкционно-технологические карты; микрокалькуляторы.

**ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:**

1. Изучить условие заданий для практической работы.
2. Ответить на контрольные вопросы:
3. Оформить отчет о работе.

**ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ**

**Вариант 1.**

1. Найдите значение выражения: .
2. Решите уравнение: .
3. Вычислите: а) ; б) ; в) ; г) .
4. Какое из чисел больше:  или ?

**Вариант 2.**

1. Найдите значение выражения: .
2. Решите уравнение: .
3. Вычислите: а) ; б) ; в) ; г) .
4. Какое из чисел больше:  или ?

**Вариант 3.**

1. Найдите значение выражения: .
2. Решите уравнение: .
3. Вычислите: а); б) ; в) ; г) .
4. Какое из чисел больше:  или ?

**Вариант 4.**

1. Найдите значение выражения: .
2. Решите уравнение: .
3. Вычислите: а) ; б) ; в) ; г) .
4. Какое из чисел больше:  или ?

**Контрольные вопросы**

1) Дайте определение корня n-ой степени. Что такое арифметический корень n-ой степени?

2) Перечислите свойства арифметических корней n-ой степени.

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №3**

### **«Преобразование выражений, содержащих степени**

### **с рациональными показателями»**

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Преобразование выражений, содержащих степени с дробными показателями».

2. Закрепить и систематизировать знания по теме.

3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности обуч-ся.

**ОБОРУДОВАНИЕ**: инструкционно-технологические карты; микрокалькуляторы.

**ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:**

1. Изучить условие заданий для практической работы.
2. Ответить на контрольные вопросы.
3. Оформить отчет о работе.

**ТРЕНИРОВОЧНАЯ ТАБЛИЦА**

**Вычислите:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 8 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 7 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 6 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | a | b | с | d | e | f | g | h |

**ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ**

**Вариант 1**

Вычислите: а) ; б) ; в) ; г) 

д) при а=

**Вариант 2**

Вычислите: а) ; б) ; в) ; г) .

д) при а=2

**Вариант 3**

Вычислите: а) ; б) ; в) ; г) 

д) при а=2

**Вариант 4**

Вычислите: а) ; б) ; в) ; г) 

д) при а=2

**Контрольные вопросы**

1) Дайте определение степени с натуральным, отрицательным и дробным показателями.

2) Перечислите свойства степеней с рациональным показателем.

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №4**

### «Преобразование выражений, содержащих степени

### и логарифмы»

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Преобразование выражений, содержащих степени и логарифмы».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

**ОБОРУДОВАНИЕ**: инструкционно-технологические карты; микрокалькуляторы.

**ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:**

1. Изучить условие заданий для практической работы.
2. Ответить на контрольные вопросы:
3. Оформить отчет о работе.

**ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ**

**Вариант 1**

1. Найдите: а) ; б) .
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: .
3. Прологарифмируйте по основанию 2 выражение .
4. Найдите *х*, если .

**Вариант 2**

1. Найдите: а) ; б) .
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: .
3. Прологарифмируйте по основанию 10 выражение .
4. Найдите *х*, если .

**Вариант 3**

1. Найдите: а) ; б) .
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: .
3. Прологарифмируйте по основанию 3 выражение .
4. Найдите *х*, если .

**Вариант 4**

1. Найдите: а) ; б) .
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: .
3. Прологарифмируйте по основанию 0,7 выражение .
4. Найдите *х*, если .

**Контрольные вопросы**

а) Дайте определение логарифма числа.

б) Запишите основное логарифмическое тождество.

в) Перечислите основные свойства логарифмов.

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №5**

**«Ф*ункции, их свойства и графики»***

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:**

1) Обобщить теоретические знания по теме: «Функции, свойства и графики».

2) Рассмотреть алгоритмы решений заданий теме «Функции, свойства и графики», решить задачи.

**ОБОРУДОВАНИЕ**: инструкционно-технологические карты; микрокалькуляторы.

**ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:**

1. Изучить условие заданий для практической работы.

2. Ответить на контрольные вопросы:

3. Оформить отчет о работе.

**ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ**

**Вариант-1**

1. Построить графики функций: у=х2; у=х2-3; у=(х+2)2
2. Выяснить, является ли функция у=х5-х3 чётной, нечётной или другой.
3. Даны функции f(x)= и g(t)=3t2+1. Найдите функцию f(g(t)).
4. Найдите функцию обратную данной функции у=6х-7
5. Вычислите: f(-2), если f(x)=x3+5

**Вариант-2**

1. Построить графики функций: у=х2; у=х2+3; у=(х-2)2
2. Выяснить, является ли функция у=х6-х4 чётной, нечётной или другой.
3. Даны функции f(x)=х2+5 и g(t)=t+4. Найдите функцию f(g(t)).
4. Найдите функцию обратную данной функции у=5х+13
5. Вычислите: f(-2), если f(x)=x3+5

**Вариант-3**

1. Построить графики функций: у=х2; у=х2 -1; у=(х+3)2
2. Выяснить, является ли функция у=х4-х3 чётной, нечётной или другой.
3. Даны функции f(x)= и g(t)=3t2-5. Найдите функцию f(g(t)).
4. Найдите функцию обратную данной функции у=х-12
5. Вычислите: f(-12), если f(x)=x2-9

**Вариант-4**

1. Построить графики функций: у=х2; у=х2 -2; у=(х-3)2
2. Выяснить, является ли функция у=х2-х3 чётной, нечётной или другой.
3. Даны функции f(x)= и g(t)=4t2+5. Найдите функцию f(g(t)).
4. Найдите функцию обратную данной функции у=х+12
5. Вычислите: f(-2), если f(x)=x3-18

**Контрольные вопросы.**

1. Дайте определение функции. Приведите примеры пар переменных величин, связанных между собой некоторой функциональной зависимостью.

2. Перечислите способы задания функции.

3. Дайте определение графика функции.

4. Перечислите основные типы преобразования графиков функций.

5. Дайте определение функции непрерывной на отрезке и непрерывной в точке.

6. Дайте определение: а) возрастающей; б) убывающей; в) строго монотонной; г) невозрастающей; д) неубывающей; е) монотонной; ж) ограниченной снизу; з) ограниченной сверху; и) ограниченной; к) чётной;

л) нечётной; м) периодической; н) сложной; о) обратной функций.

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №6**

**«*Степенная, показательная, логарифмическая и тригонометрические функции****»*

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Степенная, показательная, логарифмическая и тригонометрические функции». Закрепить и систематизировать знания по теме.
2. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

**ОБОРУДОВАНИЕ**: инструкционно-технологические карты; микрокалькуляторы.

**ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:**

1. Изучить условие заданий для практической работы.

2. Ответить на контрольные вопросы.

1. Оформить отчет о работе.

**ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ**

**Вариант 1.**

**1.** Найти область определения функции у = lg

2*.*Указать множество значений функцииy = sin3x + 5

3. Построить графики функций: у=х3, у=, у=cos3x

**Вариант2.**

1. Найти область определения функции у = lg

2*.*Указать множество значений функцииy = cos 5x + 1

3. Построить графики функций: у=х4, у=, у=sinx

**Вариант3.**

1. Найти область определения функции у = lg

2*.*Указать множество значений функцииy = sin3x -2

3. Построить графики функций: у=x5, у=, у= -3cosx

**Вариант4.**

1. Найти область определения функции у = lg

2*.*Указать множество значений функцииy = sin4x -1

3. Построить графики функций: у=x3, у=, у= cos2х

**Контрольные вопросы.**

1 . Дайте определение степенной функции. Приведите примеры.

2. Дайте определение показательной функции. Приведите примеры.

3. Дайте определение логарифмической функции. Приведите примеры.

4. Сформулируйте свойства: а) степенной; б) показательной; в) логарифмической функции.

5. Какие функции называются тригонометрическими?

6.Дайте определение: а) синуса; б) косинуса; в) тангенса; г) котангенса любого угла.

7. Какие знаки в координатных четвертях имеют функции: а) sinx; б) cosx; в) tgx; г) ctgx.

8. Какие тригонометрические функции являются: а) четными; б) нечётными?

9. Какие наименьшие положительные периоды имеют функции: а) sinx; б) cosx; в) tgx; г) ctgx.

10. Какова область определение функции: а) sinx; б) cosx; в) tgx; г) ctgx.

11. Какова область значения функции: а) sinx; б) cosx; в) tgx; г) ctgx.

12. Перечислите способы задания функции.

13.Дайте определение графика функции.

14. Перечислите основные типы преобразования графиков функций.

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №7**

*«****Основы тригонометрии****»*

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Основы тригонометрии»
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

**ОБОРУДОВАНИЕ**: инструкционно-технологические карты, микрокалькуляторы.

**ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:**

1. Изучить условие заданий для практической работы
2. Ответить на контрольные вопросы.
3. Оформить отчет о работе.

**ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ**

**Вариант 1.**

1. Найти cosx, tgx, ctgx, если sin x= ,
2. Определить знак выражения sin 120
3. Расположите числа в порядке возрастания , ,
4. Упростите выражение
5. Докажите тождество 

**Вариант 2.**

1. Найти sin x, tgx, ctgx, если cosx = ,
2. Определить знак выражения sin 247
3. Расположите числа в порядке возрастания ,
4. Упростите выражение
5. Докажите тождество 

**Вариант 3.**

1. Найти cosx, tgx, ctgx, если sin x=
2. Определить знак выражения
3. Расположите числа в порядке убывания ,
4. Упростите выражение
5. Докажите тождество 

**Вариант 4.**

1. Найти sinx, tgx, ctgx, если cosx =
2. Определить знак выражения
3. Расположите числа в порядке возрастания ,
4. Упростите выражение tg
5. Докажите тождество 

**Контрольные вопросы**

1) Что такое угол в 1 радиан?

2) Дайте определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла .

3) Как зависят знаки  от того, в какой координатной четверти расположена точка ? Назовите эти знаки.

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №8**

**«*Показательные уравнения и неравенства»***

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:**

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Показательные уравнения и неравенства».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

**ОБОРУДОВАНИЕ**: инструкционно-технологические карты, микрокалькуляторы.

**ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:**

1. Под руководством преподавателя пройти все уровни тренировочного раздела.
2. Изучить условие заданий для практической работы.
3. Ответить на контрольные вопросы.
4. Оформить отчет о работе.

**ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ**

**Вариант 1.**

1.Решить уравнение:

1. 
2. 
3. 

2. Решить неравенство: а) ; б) .

**Вариант 2.**

1.Решить уравнение:

1. 
2. 
3. 

2. Решить неравенство: а) ; б) 

**Вариант3.**

1.Решить уравнение:

1. 
2. 
3. 

2. Решить неравенство: а) ; б) .

**Вариант4.**

1.Решить уравнение:

1. 
2. 
3. 
4. Решить неравенство: а) , б) 

**Контрольные вопросы.**

1 . Что значит решить уравнение? Сформулируйте определение корня уравнения.

2. Какие уравнения называют равносильными? Приведите примеры.

3. Какое уравнение называется показательным?

4. Что такое неравенство? Что является решением неравенства?

6. Какое неравенство называется показательным?

7. Что называется решением неравенства с одной переменной?

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №9**

***«Логарифмические уравнения и неравенства»***

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:**

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Решение логарифмических уравнений и неравенств».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

**ОБОРУДОВАНИЕ**: инструкционно-технологические карты, микрокалькуляторы.

**ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:**

1. Изучить памятку для решения логарифмических уравнений и неравенств.
2. Изучить условие заданий для практической работы.
3. Ответить на контрольные вопросы.
4. Оформить отчет о работе.

**Памятка для решений логарифмических уравнений**

****, причем 

**1. Уравнение вида **

Решить равносильное уравнение ;

**2. Уравнение вида **

а) найти ОДЗ: ;

б) решить уравнение ;

в) выбрать из корней уравнения .

1. **Уравнение вида **

Решить уравнение относительно переменной, входящей

в выражение с переменной.

При решении логарифмических уравнений полезно помнить

некоторые **свойства логарифмов**:

 - основное логарифмическое тождество

; ;

; ;

; ;

; ;

 - формула перехода к новому основанию

**Замечание**: десятичный логарифм (по основанию 10)

натуральный логарифм (по основанию )

При решении логарифмических уравнений применяются также методы ***логарифмирования*** и ***потенцирования***.

**ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ**

**Вариант 1.**

1.Решить уравнение: а) ; б) ;

в) .

2. Решить неравенство: а) 

**Вариант 2**

1. Решите уравнения: а) ; б) ;

в) .

2.Решите неравенство: .

**Вариант 3**

1. Решите уравнения: а) ; б) ;

в) .

1. Решите неравенство: .

**Вариант 4**

1. Решите уравнения: а);

б) ;

в) .

1. Решите неравенство: .

**Контрольные вопросы**

1. Какое уравнение называется логарифмическим?

2. Что такое неравенство? Что является решением неравенства?

3. Какое неравенство называется логарифмическим?

4. Что называется решением неравенства с одной переменной?

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №10**

***«Тригонометрические уравнения и неравенства»***

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ**:

1. Закрепить навыки определения типов тригонометрических уравнений (простейшее, квадратное относительно , однородное относительно  и , уравнение, решаемое разложением на множители левой части).
2. Усвоить алгоритмы решения основных типов тригонометрических уравнений и простейших тригонометрических неравенств.

**ОБОРУДОВАНИЕ**: карты индивидуальных заданий, таблицы значений тригонометрических функций некоторых углов, таблицы частных случаев решения простейших тригонометрических уравнений, таблицы формул тригонометрии, микрокалькуляторы.

**ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:**

1. Ответить на контрольные вопросы:

а) Дайте определения арксинуса, арккосинуса арктангенса и арккотангенса числа *а*.

б) Перечислите свойства обратных тригонометрических функций.

в) Вспомните формулы, с помощью которых решают простейшие тригонометрические уравнения.

г) Какой вид имеет квадратное относительно  тригонометрическое уравнение? Объясните алгоритм его решения.

д) Какой вид имеет однородное относительно  и тригонометрическое уравнение? Какова методика его решения?

е) Вспомните формулы, с помощью которых решают простейшие тригонометрические уравнения.

1. По образцу выполнить тренировочные задания.
2. Изучить условие задания для самостоятельной работы.
3. Оформить отчет о работе.

**УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ:**

ПРИМЕР 1. Вычислите: .

РЕШЕНИЕ.

=.

**ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ.**

Вычислите:

а) ; б) ; в) ; г) .

ПРИМЕР 2. Решите уравнение: .

РЕШЕНИЕ.

По формуле частного случая: .

ПРИМЕР 3. Решите уравнение: .

РЕШЕНИЕ.

Разделим левую и правую части уравнения на 2: .

По формуле  получаем: .

Разделим левую и правую части уравнения на 3: .

ПРИМЕР 4. Решите уравнение: .

РЕШЕНИЕ.

Выразим : .

По формуле  получаем: .

Разделим левую и правую части уравнения на : .

**ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ.**

Решите уравнения: а) ; б) ; в) .

**ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ**

**Вариант 1**

1.Решить уравнения:

а) 

б)

в)

г)

2.Решить неравенство: sinx >

**Вариант 2**

1.Решить уравнения:

а) 

б)

в)

г)

2.Решить неравенство cosx <0,5

**Вариант 3**

1.Решить уравнения:

а) 

б) 6co

в)

г)

2.Решить неравенство sinx >0

**Вариант 4**

1.Решить уравнения:

а) 

б)

в)

г)

2.Решить неравенство cosx <0

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №11**

### «Вычисление производных алгебраических функций»

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Вычисление производных алгебраических функций».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

**ОБОРУДОВАНИЕ**: инструкционно-технологические карты, таблица производных элементарных функций; микрокалькуляторы.

***ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:***

1. Ответить на контрольные вопросы:

а) Сформулируйте определение функции.

б) Сформулируйте правила вычисления производных алгебраических функций. По образцу выполнить тренировочные задания.

1. Изучить условие заданий для практической работы.
2. Оформить отчет о работе.

**УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ**

ПРИМЕР 1. Решите неравенство: , если .

РЕШЕНИЕ. Пользуясь правилами дифференцирования алгебраических функций и формулами дифференцирования элементарных функций, вычислим производные:

;

.

Таким образом, нужно решить неравенство:

.

Разложим числитель дроби на множители:

.

Неравенство  методом интервалов.



Нули числителя: *х* = 1, *х* = 5. Нуль знаменателя: .

О т в е т: .

**ЗАДАНИЕ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ.**

Решите неравенство , если .

# ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

**Вариант 1**

1. Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные функций:

а) у=; б) у=; в) у= ; г) у=2sin(3x+)

1. Решите уравнение , если .

##### **Вариант 2**

1. Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные функций:

а) у=; б) у=; в) у=; г) y= (1-4х)12

1. Решите неравенство , если .

**Вариант 3**

1. Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные функций:

а) у=; б) у=; в) у=;

г) у=4cos(

1. Решите уравнение , если .

**Вариант 4**

1. Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные функций:

а) у=; б) у=; в) у=;

г) у=(5х2+4)3

1. Решите уравнение , если .

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №12**

*«ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ»*

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:**

1.Корректировать знания, умения и навыки по теме « Физический смысл производной»

2.Закрепить и систематизировать знания по теме « Физический смысл производной»

3.Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

**ОБОРУДОВАНИЕ**: инструкционно-технологические карты, таблица производных элементарных функций; микрокалькуляторы.

**ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:**

1.Ответить на контрольные вопросы:

а) В чем состоит механический смысл производной?

б) Тело движется по прямой согласно закону *х(t)*. Запишите формулы для нахождения скорости и ускорения тела в момент времени *t*.

2.По образцу выполнить тренировочное задание.

3.Изучить условие заданий для практической работы.

4.Оформить отчет о работе.

**УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ**

ПРИМЕР. Тело движется по прямой согласно закону . Найдите скорость и ускорение точки в момент времени .

РЕШЕНИЕ. Скорость движения – это производная от пути по времени, следовательно,

.

Значит, в момент времени  скорость данного движения такова: .

Так как нам известна скорость движения как функция времени, мы можем найти ускорение этого движения: .

Значит, в момент времени  ускорение данного движения равно: .

О т в е т: 46; 24.

**ЗАДАНИЕ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ.**

Тело движется по прямой согласно закону . Найдите скорость и ускорение точки в момент времени .

**ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ**

**Вариант 1**

1. Скорость точки, движущейся по прямой по закону , равна

а) ; б) ; в) ; г) .

1. Точка движется по прямой по закону . Её мгновенная скорость  равна:

а) 8; б) 6; в) 10; г) 9.

1. Ускорение точки, движущейся по прямой по закону  равно:

а) ; б) ; в) ; г) .

1. Тело массой m движется по закону . Сила, действующая на тело в момент времени , равна:

а) 0; б) ; в) ; г) .

**Вариант 2**

1. Скорость точки, движущейся по прямой по закону , равна

а) ; б) ; в) ; г) .

1. Точка движется по прямой по закону . Её мгновенная скорость  равна:

а) 11; б) 13; в) 12; г) 10.

1. Ускорение точки, движущейся по прямой по закону  равно:

а) ; б) ; в) ; г) .

1. Тело массой m движется по закону . Сила, действующая на тело в момент времени , равна:а) 0; б) ; в) ; г) .

**Вариант 3**

1. Скорость точки, движущейся по прямой по закону , равна

а) ; б) ; в) ; г) .

1. Точка движется по прямой по закону . Её мгновенная скорость  равна:

а) 6; б) 8; в) 10; г) 9.

1. Ускорение точки, движущейся по прямой по закону  равно:

а) ; б) ; в) ; г) .

1. Тело массой m движется по закону . Сила, действующая на тело в момент времени , равна:

а) 0; б) ; в) ; г) .

**Вариант 4**

1. Скорость точки, движущейся по прямой по закону , равна

а) ; б) ; в) ; г) .

1. Точка движется по прямой по закону . Её мгновенная скорость  равна:

а) 18; б) 16; в) 20; г) 14.

1. Ускорение точки, движущейся по прямой по закону  равно:

а) ; б) ; в) ; г) .

1. Тело массой m движется по закону . Сила, действующая на тело в момент времени , равна:

а) ; б) 0; в) ; г) .

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №13**

*«ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ»*

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Геометрический смысл производной»
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

**ОБОРУДОВАНИЕ**: инструкционно-технологические карты, таблица производных элементарных функций; микрокалькуляторы.

**ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:**

1. Ответить на контрольные вопросы:

а) Дайте определение касательной к кривой в данной точке.

б) Что такое угловой коэффициент касательной?

в) В чем заключается геометрический смысл производной функции?

г) Напишите уравнение касательной к кривой в данной точке.

1. Изучить условие заданий для практической работы.
2. Оформить отчет о работе.

**ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ**

**Вариант 1.**

1. Угловой коэффициент секущей к графику функции , проходящей через точки с абсциссами  равен:

а) 1,25; б) 0,25; в) 1,5; г) 0,625.

2. Угловой коэффициент касательной к графику функции  в точке с абсциссой равен:

а) –1; б) ; в) 1; г) .

3. Угловой коэффициент касательной к графику функции  в точке с абсциссой  равен:

а) 8; б) 2; в) –2; г) 0.

4. Уравнением касательной к графику функции  в точке с абсциссой является:

а) ; б) ; в) ; г) .

**Вариант2**

1. Угловой коэффициент секущей к графику функции , проходящей через точки с абсциссами  равен:

а) –0,5; б) 0,25; в) –1; г) 0,75.

2. Угловой коэффициент касательной к графику функции  в точке с абсциссой равен:

а) 3; б) 4; в) 7; г) .

3. Угловой коэффициент касательной к графику функции  в точке с абсциссой  равен:

а) ; б) 10; в) ; г) 6.

4. Уравнением касательной к графику функции  в точке с абсциссой является:

а) ; б) ; в) ; г) .

**Вариант 3.**

1. Угловой коэффициент секущей к графику функции , проходящей через точки с абсциссами  равен:

а) 1,25; б) 0,25; в) 1,5; г) –0,75.

2. Угловой коэффициент касательной к графику функции  в точке с абсциссой равен:

а) 6; б) 4; в) 8; г) –0,75.

3. Угловой коэффициент касательной к графику функции  в точке с абсциссой  равен:

а) 0; б) 7; в) –1; г) 1.

4. Уравнением касательной к графику функции  в точке с абсциссой является:

а) ; б) ; в) ; г) .

**Вариант 4.**

1. Угловой коэффициент секущей к графику функции , проходящей через точки с абсциссами  равен:

а) 3; б) 0,25; в) 1,5; г) –2.

2. Угловой коэффициент касательной к графику функции  в точке с абсциссой равен:

а) 4; б) 2,5; в) 1,5; г) 3,5.

3. Угловой коэффициент касательной к графику функции  в точке с абсциссой  равен:

а) 1; б) –1; в) 6; г) 0.

4. Уравнением касательной к графику функции  в точке с абсциссой является:

а) ; б) ; в) ; г) .

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №14**

### «Исследование функции и построение ее графика»

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Исследование функции и построение ее графика».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

**ОБОРУДОВАНИЕ**: инструкционно-технологические карты, таблицы производных элементарных функций, микрокалькуляторы.

**ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:**

1. Ответить на контрольные вопросы:

а) Какую точку называют критической (стационарной) точкой функции?

б) Сформулируйте признак возрастания (убывания) функции.

в) Сформулируйте признак максимума (минимума) функции.

г) Опишите схему исследования функции.

1. С помощью обучающей таблицы повторить план исследования функции и изучить образцы решенных примеров.
2. Выполнить задания для самоконтроля (в таблице).
3. Изучить условие заданий для практической работы.
4. Оформить отчет о работе.

# ОБУЧАЮЩАЯ ТАБЛИЦА

*Задание.* Исследуйте и постройте графики функции:

а) ****;б).

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № | План исследования | Применение | плана |
| шага | Функции | а) | б) |
| 1 | Находим область определения функции |  | , , |
| 2 | Исследуем функцию на четность, нечетность | функция ни четная, ни нечетная | функция четная |
| 3 | Находим нули (корни) функции и промежутки её знакопостоянства | , ,  , - нуль функции | ,  - нуль функции |
| 4 | Находим производную функции и её критические точки | ,  - критические точки функции | - критическая точка функции |
| 5 | Находим промежутки монотонности, точки экстремума и экстремумы функции | *х*=0 – не является точкой экстремума, *х*=1 – точка минимума, | ,  *х*=0 – точка максимума, |
| 6 | Находим предел функции при |  |  |
| 7 | Строим эскиз графика функции | |  | | --- | |  | |  |

**ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ**

**Вариант 1.**

1. Исследуйте функцию  на максимум и минимум.
2. Исследуйте с помощью производной функцию  и постройте ее график.
3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  на отрезке .

**Вариант 2.**

1. Исследуйте функцию  на максимум и минимум.
2. Исследуйте с помощью производной функцию  и постройте ее график.
3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  на отрезке 

**Вариант 3.**

1. Исследуйте функцию  на максимум и минимум.
2. Исследуйте с помощью производной функцию  и постройте ее график.
3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  на отрезке 

**Вариант 4.**

1. Исследуйте функцию  на максимум и минимум.
2. Исследуйте с помощью производной функцию  и постройте ее график.
3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции  на отрезке 

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №15**

### «Вычисление первообразных функций. Определенный интеграл»

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Вычисление первообразных функций».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

**ОБОРУДОВАНИЕ**: инструкционно-технологические карты, таблицы первообразных некоторых функций, микрокалькуляторы.

**ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:**

1. Ответить на контрольные вопросы:

а) Что называется первообразной функции?

б) Сформулируйте основное свойство первообразной.

в) Сформулируйте три правила нахождения первообразных.

г) Запишите формулу Ньютона-Лейбница

1. Изучить образцы решенных примеров.
2. Выполнить задания для самоконтроля.
3. Изучить условие заданий для практической работы.
4. Оформить отчет о работе.

**УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ**

**ПРИМЕР 1.** Выясните, является ли  первообразной для функции  на ***R***?

РЕШЕНИЕ. Находим

.

Следовательно, по определению  является первообразной для функции  на ***R***.

**ПРИМЕР 2**. Для функции  найдите первообразную, график которой проходит через точку .

РЕШЕНИЕ. По основному свойству первообразных любая первообразная функции  записывается в виде . Координаты точки  графика искомой первообразной должны удовлетворять уравнению:

.

Отсюда находим, что

,

*С* = 2.

Следовательно, уравнение искомой первообразной имеет вид: .

**ПРИМЕР 3**. Вычислите интеграл .

РЕШЕНИЕ. Найдем множество всех первообразных для функции :

.

Пользуясь формулой Ньютона-Лейбница, получаем:



. О т в е т: .

ТЕСТ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ.

Выберите правильный вариант ответа.

1. Функция  является первообразной для функции:

а); б); в).

1. Дана функция . Первообразная для функции *g(x)*, график которой проходит через точку , это:

а) ; б) ; в) .

3. Значение  равно:

а); б) ; в) .

**ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ**.

Вариант 1.

1. Является ли функция  первообразной для функции  на ***R***?
2. Для функции найдите первообразную, график которой проходит через точку .
3. Вычислите интегралы: а)   
4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: х= -1, х= 2, осью Ох и параболой у=6+х2

Вариант 2.

1. Является ли функция  первообразной для функции  на ***R***?
2. Для функции  найдите первообразную, график которой проходит через точку .
3. Вычислите интегралы:   
4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: у=х2+1, х= -1, х=1

Вариант 3.

1. Является ли функция  первообразной для функции  на ***R***?
2. Для функции  найдите первообразную, график которой проходит через точку .
3. Вычислите интегралы:   
4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: у=4х - х2, у=0

Вариант 4.

1. Является ли функция  первообразной для функции  на ***R***?
2. Для функции  найдите первообразную, график которой проходит через точку .
3. Вычислите интегралы:   
4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: у=6х - х2, у=0

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №16**

***«Координаты и векторы в пространстве»***

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Координаты и векторы в пространстве». Закрепить и систематизировать знания по теме.
2. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

**ОБОРУДОВАНИЕ**: инструкционно-технологические карты; справочный материал по геометрии.

**ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:**

1. Изучить условие заданий для практической работы.

2. Ответить на контрольные вопросы.

1. Оформить отчет о работе.

**ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ**

**Вариант 1.**

1. Даны точки А (3; – 1; 2) и В (5; 1; 1). Найдите:

а) координаты вектора ; б) .

2. Даны векторы (– 2; 3; 1) и (4; – 1; 2). Найдите:

а) координаты вектора 2 – ;

б) при каком значении *у* и *z* вектор (8; *у*; *z*) и вектор коллинеарны?

3. Найдите скалярное произведение векторов и , если:

а) (2; – 4; 1), (3; 2; – 1); б) = 3, = 4, cos = .

4. Найдите значение *m*, при котором векторы и перпендикулярны, если (2; – 4; *m*), (3; – 1; 5).

1. Найдите cos ∠ϕ между векторами (2; 3; – 1) и (3; – 1; 2).

**Вариант 2.**

1. Даны точки А (3; – 1; 2) и В (5; 1; 1). Найдите:

а) координаты вектора ; б) .

2. Даны векторы (– 2; 3; 1) и (4; – 1; 2). Найдите:

а) координаты вектора + 3;

б) при каком значении *у* и *z* вектор (8; *у*; *z*) и вектор коллинеарны?

3. Найдите скалярное произведение векторов и , если:

а) (– 2; 3; 1), (– 1; – 1; 4); б) =2, = 5, cos = 0,1.

4. Найдите значение *m*, при котором векторы и перпендикулярны, если (3; 2; – 1), (2; *m*; – 2).

5. Найдите cos ∠ϕ между векторами (3; 2; – 1) и (– 1; 2; 3).

**Вариант 3.**

1. Даны точки А (3; – 1; 5) и В (4; 1; 3). Найдите:

а) координаты вектора ; б) .

2. Даны векторы (3; – 4; 2) и (– 2; 1; 6). Найдите:

а) координаты вектора 2 + ;

б) при каком значении *х* и *у* вектор (*х*; *у*; 5) и вектор коллинеарны?

3. Найдите скалярное произведение векторов и , если:

а) (3; – 1; 2), (2; 3; – 4); б) = 2, = 3, cos =

4. Найдите значение *m*, при котором векторы и перпендикулярны, если (3; – 1; *m*),

(2; 4; 3).

5. Найдите cos ∠ϕ между векторами (– 1; 2; 3) и (2; – 1; 3).

**Вариант 4.**

1. Даны точки А (3; – 1; 5) и В (4; 1; 3). Найдите:

а) координаты вектора ; б) .

2. Даны векторы (3; – 4; 2) и (– 2; 1; 6). Найдите:

а) координаты вектора – 3;

б) при каком значении *х* и *у* вектор (*х*; *у*; 5) и вектор коллинеарны?

3. Найдите скалярное произведение векторов и , если:

а) (1; – 2; 4), (2; – 1; 3); б) =5, = 3, cos = 0,2.

4. Найдите значение *m*, при котором векторы и перпендикулярны, если (3; 2; – 1),

( *m*; 3; 1).

5. Найдите cos ∠ϕ между векторами (3; – 1; 2) и (3; 2; – 1).

**Контрольные вопросы**

1 . Дайте определение вектора.

2. Что мы понимаем под: а) длиной или модулем вектора, б) направление вектора?

3. Какие векторы называются: а) равными; б) коллинеарными; в) противоположными?

4. Объясните, что мы называем: а) суммой, б) разностью двух векторов? Как их построить?

5. Какие свойства сложения векторов вы знаете?

6. Что мы понимаем под произведением вектора на число?

7. Какие свойства произведения вектора на число вы знаете?

8. Дайте определение скалярного произведения двух векторов.

9. Как построить прямоугольную систему координат: а) на плоскости; б) в пространстве?

10. По какой формуле вычисляется скалярное произведение двух векторов в координатах?

13. По какой формуле вычисляется угол между двумя векторами в координатах?

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №17**

***«Прямые и плоскости в пространстве»***

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Прямые и плоскости в пространстве». Закрепить и систематизировать знания по теме.
2. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

**ОБОРУДОВАНИЕ**: инструкционно-технологические карты; справочный материал по геометрии.

**ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:**

1. Изучить условие заданий для практической работы.

2. Ответить на контрольные вопросы.

1. Оформить отчет о работе.

**ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ**

**Вариант 1.**

1.В треугольнике АВС середины сторон АВ и ВС лежат в плоскости α, а сторона АС не лежит в этой плоскости. Докажите, сто прямая АС параллельна плоскости α.

2. Известно, что прямые *a* и *b* параллельны, прямая *а* перпендикулярна плоскости α, прямая *с* лежит в плоскости α. Каково взаимное расположение прямых *b* и *с*? Сделайте чертеж и обоснуйте ответ

3. Дан прямоугольник со сторонами 3 и 4см, в точке пересечения диагоналей прямоугольника восстановлен перпендикуляр к плоскости прямоугольника, длина которого 7см. Найти расстояние от вершины перпендикуляра до вершин прямоугольника.

**Вариант 2.**

1.Дан куб АВСDА1В1С1D1. Выпишите: а) две пары ребер, принадлежащих параллельным прямым; б) две пары ребер, принадлежащих скрещивающимся прямым; в) две пары граней, принадлежащих параллельным плоскостям.

2. Длина наклонной 18 см. Угол между наклонной и плоскостью 300. Чему равна длина проекции наклонной на эту плоскость?

3. Дан прямоугольный треугольник со сторонами 3 и 4см, в вершине острого угла восстановлен перпендикуляр к плоскости треугольника, длина которого 7см. Найти расстояние от вершины перпендикуляра до вершин треугольника.

**Вариант 3.**

1.Прямые *а* и *с* параллельны, а прямые *а* и *b*  пересекаются. Могут ли прямые  *b* и  *с* быть параллельными? Ответ обоснуйте.

2. Точки А и В расположены по одну сторону плоскости α, АС и ВD – перпендикуляры к этой плоскости, АС=6 см, ВD=3 см, СD=18 см. Найдите расстояние между точками А и В.

3. Дан прямоугольник со сторонами 3 и 4см, в точке пересечения диагоналей прямоугольника восстановлен перпендикуляр к плоскости прямоугольника, длина которого 7см. Найти расстояние от вершины перпендикуляра до сторон прямоугольника.

**Вариант 4.**

1.Даны параллелограмм АВСD и точка Р, не лежащая в плоскости АВС. Как расположена прямая АС и плоскость РВD? Ответ обоснуйте

2. Прямая *а* перпендикулярна каждой из двух пересекающихся прямых *с* и *d,* принадлежащих плоскости α. Прямая *b* параллельна прямой *а*. Как расположена прямая *b* по отношению к плоскости α? Сделайте чертеж ответ обоснуйте.

3. Из точки лежащей вне плоскости проведены к этой плоскости две наклонные под углом 300, равные . Их проекции образуют между собой угол 1200. Определить расстояние между основаниями наклонных.

**Контрольные вопросы по теме**

1 . Что такое стереометрия?

2. Сформулируйте аксиомы стереометрии.

3. Какие прямые в пространстве называются параллельными?

4. Какие прямые называются скрещивающимися?

5. Что значит: прямая и плоскость параллельны?

6. Признак параллельности прямой и плоскости.

7. Какие плоскости называются параллельными? Докажите призрак параллельности плоскостей.

9. Докажите, что если две параллельные плоскости пересекаются третьей, то прямые пересечения параллельны.

10. Докажите, что отрезки параллельных прямых, заключённые между двумя параллельными плоскостями, равны.

11. Перечислите случаи взаимного расположения в пространстве: а) двух прямых; б) прямой и плоскости; в) двух плоскостей.

12. Перечислите свойства параллельного проектирования.

13. Что называется углом между: а) двумя прямыми; б) прямой и плоскостью;

в) между

двумя плоскостями?

14. Дайте определение: а) двугранного угла; б) линейного угла двугранного угла.

15. Какие прямые в пространстве называются перпендикулярными?

16. Дайте определение перпендикулярности прямой и плоскости.

17.Сформулируйте признак перпендикулярности прямой и плоскости.

18. Сформулируйте теоремы о взаимном расположении прямых и плоскостей в пространстве.

19. Что такое перпендикуляр, опущенный из данной точки на плоскость?

20. Что называется расстоянием от точки до плоскости ?

21. Что такое наклонная, проведенная из данной точки к плоскости? Что такое проекция наклонной?

22. Сформулируйте теорему о трёх перпендикулярах.

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №18**

***«Многогранники»***

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Многогранники». Закрепить и систематизировать знания по теме.
2. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

**ОБОРУДОВАНИЕ**: инструкционно-технологические карты; справочный материал по геометрии.

**ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:**

1. Изучить условие заданий для практической работы.

2. Ответить на контрольные вопросы.

1. Оформить отчет о работе.

**ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ**

**Вариант 1.**

1.Площадь основания правильной четырехугольной призмы равна 625 см2. Высота призмы равна  см. Вычислите: а) длину диагонали призмы; б) площадь ее диагонального сечения.

2. Высота правильной треугольной пирамиды равна 6 см. Радиус окружности, описанной около ее основания, равен  см. Вычислите длину бокового ребра пирамиды.

**Вариант 2.**

1. Основание прямой призмы – ромб со стороной 8 см и острым углом 60. Высота призмы равна 12 см. Вычислите: а) длины диагоналей призмы; б) площади диагональных сечений.

2.Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 8 см, а сторона ее основания – 12 см. Вычислите длину бокового ребра пирамиды.

**Вариант 3.**

1. Основание прямой призмы – ромб. Диагонали призмы равны 8 см и 5 см. высота ее – 2 см. Вычислите: а) длину стороны основания; б) площадь основания призмы.
2. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 12см, а высота боковой грани-15 см. Найдите боковое ребро.

**Вариант 4.**

1.Площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы равна сумме площадей ее оснований. Вычислите длину бокового ребра призмы, если сторона ее основания равна 6 см.

2.Основание пирамиды - прямоугольный треугольник с катетами 6 см и 8 см. Высота пирамиды проходит через середину гипотенузы треугольника и равна гипотенузе. Найдите боковые ребра пирамиды.

**Контрольные вопросы**

1 . Что называется многогранником?

2. Что называется призмой? Дайте определение граням, рёбрам и вершинам призмы.

3. Что называется параллелепипедом?

4. Сформулируйте теорему о диагоналях прямоугольного параллелепипеда.

5. Что называется пирамидой? Дайте определение апофемы пирамиды.

6. Что называется усечённой пирамидой?

7. Какой многогранник называется правильным?

8. Перечислите все правильные многогранники. Сколько у них граней, рёбер и вершин?

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №19**

***«Тела вращения»***

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Тела вращения». Закрепить и систематизировать знания по теме.
2. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

**ОБОРУДОВАНИЕ**: инструкционно-технологические карты; справочный материал по геометрии.

**ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:**

1. Изучить условие заданий для практической работы.

2. Ответить на контрольные вопросы.

1. Оформить отчет о работе.

**ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ**

**Вариант 1.**

1.Прямоугольник, диагональ которого равна 25 см, а одна сторона 20 см, вращается вокруг меньшей стороны. Вычислите высоту полученного цилиндра.

2.Высота конуса 15 см, радиус основания – 20 см. Найти образующую конуса.

3. Радиус шара 12 см. На касательной плоскости лежит точка К, которая удалена от точки касания на 5 см. На каком расстоянии находится точка К от поверхности шара?

**Вариант 2.**

1. Радиус основания цилиндра равен 2 м, высота 3 м. Найти диагональ осевого сечения.

2.Высота конуса равна 16 см, а образующая – 20 см. Найти радиус основания конуса.

3. Секущая плоскость удалена от центра шара на расстояние 8 см, а радиус шара равен 10 см. Вычислите площадь сечения шара.

**Вариант 3.**

1. Высота конуса равна 18 см, а радиус основания равен 24 см. Найти образующую конуса.
2. Площадь осевого сечения цилиндра равна 10 м2, а площадь основания – 5 м2. Найдите высоту цилиндра.
3. Найдите площадь сечения шара радиуса 41 см плоскостью, проведенной на расстоянии 29 см от центра шара.

**Вариант 4.**

1. Высота цилиндра 12 см, радиус равен 10 см. Найти диагональ осевого сечения цилиндра.
2. Образующая конуса равна 15 см, а радиус основания равен 9 см. Найти высоту конуса.
3. Шар, радиус которого 41 дм, пересечен плоскостью на расстоянии 9 дм. Найдите площадь сечения.

**Контрольные вопросы**

1. Дайте определение тела вращения.

2. Дайте определение цилиндра и его элементов.

3. Дайте определение конуса и его элементов.

4. Дайте определение сферы и его элементов.

5. Дайте определение шара и его элементов.

6. Какими фигурами являются сечения сферы и шара?

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №20**

***«Измерения в геометрии»***

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Измерения в геометрии». Закрепить и систематизировать знания по теме.
2. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

**ОБОРУДОВАНИЕ**: инструкционно-технологические карты; справочный материал по геометрии.

**ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:**

1. Изучить условие заданий для практической работы.

2. Ответить на контрольные вопросы.

1. Оформить отчет о работе.

**ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ**

**Вариант 1.**

1 Основание прямой призмы – прямоугольная трапеция, основания и высота которой равны соответственно 9 см, 14 см и 12 см. Боковое ребро призмы равно 20 см. Вычислите площадь полной поверхности призмы.

2. Радиус основания конуса равен 5 см, а образующая конуса равна 13 см. Найдите объем конуса.

3. Основание пирамиды - прямоугольник со сторонами 6 см и 8 см. Все боковые ребра равны 13 см. Найдите объем пирамиды.

4. Объем шара равен 36 см3. Найдите площадь поверхности шара.

**Вариант 2.**

1 .Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 8 см, 12 см и 18 см. Вычислите площадь полной поверхности равновеликого ему куба.

2. Три смежных ребра треугольной пирамиды попарно перпендикулярны и равны 6 см, 6 см и 8 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

3. Цистерна имеет форму цилиндра диаметром 20 м и высотой 9 м. Найдите объём цистерны.

4. Найдите объем тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с гипотенузой 10 см и острым углом 30 вокруг меньшего катета.

**Вариант 3.**

1. В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 10 см, а сторона основания 12 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
2. Площадь боковой поверхности конуса равна 20 см2, а площадь его основания на

4 см2 меньше. Найдите объем конуса.

1. Площадь сечения шара плоскостью, проходящей через его центр, равна 4 см2. Найдите объем шара.
2. Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна 10 см. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

**Вариант 4.**

1. В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 8 см, а боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом 45. Найдите объем пирамиды.
2. Радиус основания цилиндра равен 4 см, высота в два раза больше длины окружности основания. Найдите объем цилиндра.
3. Высота конуса 12 см, а его образующая равна 13 см. Найдите площадь полной поверхности конуса.
4. Площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда равна 136 см2, стороны основания 4 см и 6 см. Вычислите объем прямоугольного параллелепипеда.

**Контрольные вопросы по теме**

1 . Чему равны боковая и полная поверхности призмы?

2. Чему равны боковая и полная поверхности пирамиды?

3. Чему равны боковая и полная поверхности усечённой пирамиды?

4. Чему равны боковая и полная поверхности цилиндра?

5. Чему равны боковая и полная поверхности конуса?

6. Чему равны боковая и полная поверхности усечённого конуса?

7. По какой формуле вычисляются объёмы:

а) призмы, б) прямоугольного параллелепипеда, в) куба?

8. Сформулируйте теорему об объёме пирамиды.

9. По какой формуле вычисляются объём усечённой пирамиды?

10. Сформулируйте теорему об объёме прямого кругового цилиндра.

11. Сформулируйте теорему об объёме конуса.

12. По какой формуле вычисляются объём усечённого конуса?

13. Сформулируйте теорему об объёме шара.

14. Сформулируйте теорему об объёме шарового сегмента, сектора.

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №21**

***«Комбинаторика. Статистика и теория вероятностей »***

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:**

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Комбинаторика. Статистика и теория вероятностей». Закрепить и систематизировать знания по теме.
2. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

**ОБОРУДОВАНИЕ**: инструкционно-технологические карты; справочный материал по теме, микрокалькуляторы.

**ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:**

1. Изучить условие заданий для практической работы.

2. Ответить на контрольные вопросы.

1. Оформить отчет о работе.

**ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ**

**Вариант 1.**

1. Сколькими способами можно выбрать в группе из 20 человек четверых на 4 должности?

2. Брошены 2 игральных кубика. Какова вероятность того, что на первой кости выпало число 2, а на второй – нечестное число?

3. Вероятность попадания по цели при одном выстреле у первого орудия равна 0,5, у второго – 0,6. Найти вероятность того, что по цели попадет хотя бы одно орудие после того, как оба сделают по одному выстрелу.

4. Найти размах, моду, медиану и среднее выборки: 1,5,5,8,10.

5. Найти дисперсию выборки: 3,8,5,6.

**Вариант 2**

1. Сколькими способами можно поставить на полке 8 книг?

2. Брошены 2 игральных кубика. Какова вероятность того, что на первой кости выпало число 1, а на второй – нечестное число?

3. Вероятность попадания по цели при одном выстреле у первого орудия равна 0,4, у второго – 0,8. Найти вероятность того, что по цели попадет хотя бы одно орудие после того, как оба сделают по одному выстрелу.

4. Найти размах, моду, медиану и среднее выборки: 3,10,12,12,18.

5. Найти дисперсию выборки: 4,7,3,9.

**Вариант 3**

1. Сколькими способами можно выбрать в группе из 30 человек троих на 3 должности?

2. Брошены 2 игральных кубика. Какова вероятность того, что на первой кости выпало число 3, а на второй – нечестное число?

3. Вероятность попадания по цели при одном выстреле у первого орудия равна 0,3, у второго – 0,8. Найти вероятность того, что по цели попадет хотя бы одно орудие после того, как оба сделают по одному выстрелу.

4. Найти размах, моду, медиану и среднее выборки: -8,-8,-5,-5,0,2.

5. Найти дисперсию выборки: 4,1,3,2,2.

**Вариант 4**

1. Сколькими способами можно поставить на полке 10 книг?

2. Брошены 2 игральных кубика. Какова вероятность того, что на первой кости выпало число 6, а на второй – нечестное число?

3. Вероятность попадания по цели при одном выстреле у первого орудия равна 0,1, у второго – 0,9. Найти вероятность того, что по цели попадет хотя бы одно орудие после того, как оба сделают по одному выстрелу.

4. Найти размах, моду, медиану и среднее выборки: -4,-4,0,2,9,9.

5. Найти дисперсию выборки: 3,2,1,1,5.

**Контрольные вопросы.**

1 . Сформулируйте определения: а) размещения; б) сочетания; в) перестановки.

2. Запишите формулы для вычисления: а) размещения; б) сочетания; в) перестановки.

3. Дайте классическое определение вероятности события.

4. Приведите примеры событий, которые в условиях данного опыта являются

1) случайными; 2) достоверными; 3) невозможными. Каковы вероятности этих событий?

5. Сформулируйте определение: а) случайной величины; б) дискретной случайной

величины; в) непрерывной случайной величины; г) закона распределения случайной величины.

6. Сформулируйте определения: а) математического ожидания; б) дисперсии.

7. Свойства математического ожидания и дисперсии.

**Вариант письменной экзаменационной работы**

***Шкала перевода баллов в отметки по пятибалльной системе***

|  |  |
| --- | --- |
| **Отметка** | **Число баллов, необходимое для получения отметки** |
| «3» (удовлетворительно) | 9–14 |
| «4» (хорошо) | 15–21 |
| «5» (отлично) | более 21 |

***Обязательная часть***

**При выполнении заданий 1-3 запишите ход решения и полученный ответ.**

1. (1 балл) Найдите корень уравнения 2 1 - *х*= 16.

2. (1 балл) Найдите значение выражения .

3. (1 балл) Тетрадь стоит 20 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно

будет купить на 350 рублей после понижения цены на 25 %.

**При выполнении заданий 4-7 запишите полученный ответ.**

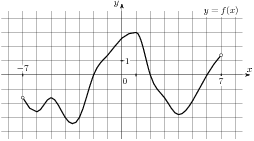
4. (1 балл) На рисунке (см. ниже) изображен график функции, определенной на интервале (-7; 7). Определите количество целых точек, в которых производная

функции положительная.

5. (1 балл) Определите наименьшее и наибольшее значения функции.

6. (1 балл) При каких значениях *х*, *f*(*х*) ≥ 0.

7. (1 балл) При каких значениях *х*, *f*(*x*) ≤ 0.



**При выполнении заданий 8-12 укажите ход решения и запишите полученный ответ.**

8. (1 балл) Найдите значение *cos α*, если известно, что *sin α* =  и α I четверти.



9. (1 балл) Решить уравнение .

10. (1 балл) Решите уравнение log3 ( 2 - 2*x* ) = 2log3 4.

11. (1 балл) Строительной фирме нужно приобрести 79 кубометров пенобетона у одного из трех поставщиков. Сколько придётся заплатить за самую дешёвую

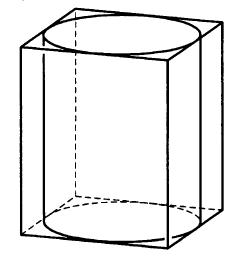
покупку с доставкой (в рублях)? Цены и условия доставки приведены в таблице.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Поставщик | Стоимость  пенобетона  (руб. за 1 м3) | Стоимость  доставки  (в руб.) | Дополнительные  условия |
| А | 2650 | 4400 | - |
| Б | 3200 | 5400 | При заказе на сумму больше 150 000 руб. доставка бесплатно |
| В | 2680 | 3400 | При заказе более 80 м3 доставка бесплатно |

12. (1 балл) В треугольнике *ABC*  *AC* = *BC*, *AB =* 6, *cos* *A* =  . Найдите высоту *CH*.

**При выполнении заданий 13 - 18 запишите ход решения и полученный ответ.**

13. ( 1 балл)Найдите значение выражения  .

14. ( 1 балл)Найдите корень уравнения .

15. *(1балл)* Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед.

Радиус основания цилиндра равен 2. Объем

параллелепипеда равен 80. Найдите высоту цилиндра.  
 16. (1 балл) Тело движется по закону *S*(*t*) = 2*х*2 – *х* + 1.

Определите, в какой момент времени скорость будет равна 7.

17. (1 балл) Решить уравнение .

18. (1 балл) Решите неравенство 

***Дополнительная часть***

**При выполнении заданий 19 - 22 запишите ход решения и полученный ответ.**

19.(3 балла) Найдите наименьшее значение функции y~=~13x-9sin x+9 на отрезке.

20.(3 балла) Решите систему уравнений .

21.(3 балла) Равнобочная трапеция с основаниями 12 см и 18 см и высотой 4 см

вращается около большего основания. Найдите объём тела вращения.

22.(3 балла) Найдите все решения уравнения .

Укажите корни, принадлежащие отрезку .

**Справочный материал**

КВАДРАТНОЕ УРАВНЕНИЕ



Если *а* = 1 – приведенное Если *а* ≠ 1 – неприведенное

Дискриминант: 

Основная формула корней:

Если *D* > 0, то два различных корня

Если *D* < 0, то корней действительных нет (два комплексно сопряженных)

Если *D* = 0, то один корень  (два одинаковых)

Теорема виета: 

Теорема Виета для приведенного уравнения **:**

** **

Частные случаи

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ЕСЛИ | ТОГДА |  | ЕСЛИ | ТОГДА |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

Разложение кв. трехчлена на множители:

** **

НЕПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

(можно решать без использования основной формулы)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | (простейшее) | Если , то корней действительных нет |
| Если , то |
| Если , то |
| 2 |  | , далее см. решение простейшего |
| 3 |  |  |

БИКВАДРАТНОЕ УРАВНЕНИЕ



**Логарифмы**

Логарифм – показатель степени



 – читается « логарифм числа *с* по основанию *а*»

Принятые обозначения

|  |  |
| --- | --- |
| Знак логарифма |  |
| Десятичный логарифм |  |
| Натуральный логарифм |  |

Свойства логарифмов

|  |  |
| --- | --- |
| Свойство | Допустимые значения букв |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  | ; |
|  | , |
|  | ; |
|  | , |
|  | , |
|  | , |
|  | , |
|  | , |
|  | , |
|  | , |
|  | , |

ГРАФИКИ И СВОЙСТВА ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ ФУНКЦИИ

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Функция | Эскиз графика | Свойства | |
|  |  | 1)  2)  3)Возрастает на  4)Промежутков убывания нет  4) | 5) на   1. Отрицательных значений нет 2. Ни четная ни нечетная 3. Непериодическая 4. Точек экстремума нет 5. Наибольшего значения нет 6. Наименьшего значения нет 7. Асимптота |
|  |  | 3. Убывает на 4. Промежутков возрастания нет | 1. на 2. Отрицательных значений нет 3. Нечетная 4. Непериодическая 5. Точек экстремума нет 6. Наибольшего значения нет 7. Наименьшего значения нет 8. Асимптота |

ГРАФИКИ И СВОЙСТВА ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Функция | Эскиз графика | Свойства | |
|  |  | 1  2)   1. Возрастает на 2. Промежутков убывания нет 3. при | 1. на 2. на 3. Ни четная ни нечетная 4. Непериодическая 5. Точек экстремума нет 6. Наибольшего значения нет 7. Наименьшего значения нет 8. Асимптота |
|  |  | 3. Промежутков возрастания нет 4. Убывает на 5. при | 1. на 2. на 3. Ни четная ни нечетная 4. Непериодическая 5. Точек экстремума нет 6. Наибольшего значения нет 7. Наименьшего значения нет 8. Асимптота |

**Синус, косинус, тангенс, котангенс**

Меры измерения углов



R

R

R









Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса





0











Свойства четности и нечетности

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Основные тождества | | | | | | | | | |
|  | |  | | | |  | | | |
|  | |  | | | |  | | | |
| Знак берется по четверти, в которой находится | | | | |  | | | |  |
| Формулы сложения | | | | | | | | | |
|  | | | |  | | | | | |
|  | | | |
|  | | | |  | | | | | |
|  | | | |
| Формулы двойного аргумента | | | | | | | | | |
|  | |  | | | |  | | | |
|  | |  | | | |
| Формулы понижения степени | | | | | | | | | |
|  | | | |  | | | | | |
| Формулы половинного аргумента | | | | | | | | | |
|  |  | | |  | | | |  | |
| Преобразование суммы в произведение | | | | | | | | | |
|  | | |  | | | |  | | |
|  | | |
|  | | |  | | | |  | | |
|  | | |
| , где | | | | | | | | | |
| Преобразование произведения в сумму | | | | | | | | | |
|  | | | |  | | | | | |
|  | | | |

**ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ**

Правила получения формул приведения

1. Ставим знак исходной функции , предполагая, что 
2. При: 
3. При: 

Основные формулы корней тригонометрических уравнений

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | При корней нет | При |
|  | При корней нет | При |
|  | Корни есть при любых |  |
|  | Корни есть при любых |  |

ПРОСТЕЙШИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

Правая часть  или 0

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

Правая часть – табличное значение

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Уравнение** |  | **Способ I записи корней** | **Способ II записи корней** |
|  |  | (отдельная запись каждой точки – для решения задач с выбором корней) | (объединение двух записей в одну) |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

НЕКОТОРЫЕ типы ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИх УРАВНЕНИй

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Сводящиеся к простейшим | | | |
| 1 |  | | , , |
| 2 |  | | ; |
| Сводящиеся к квадратным | | | |
| 3 |  | |  |
| 4 |  | | , |
| Однородные I и II степени | | | |
| 5 |  | | ; |
| 6 |  | | , |
| Сводящиеся к однородным | | | |
| 7 |  | 1 способ:  Сводится к виду 6.  2 способ:  ,  обозначим:  получим: , | |
| 8 |  | Сводится к виду 6. | |

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ГРАФИКОВ ФУНКЦИЙ

Способы получения графиков некоторых функций

из графика функции 

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | Параллельный перенос вдоль оси Оу на *b* единиц |  | | Параллельный перенос вдоль оси Ох на *а* единиц |
|  | | |  | | |
|  | | Растяжение в *к* раз (сжатие в  раз) вдоль оси Оу |  | | Сжатие в *к* раз (растяжение в  раз) вдоль оси Ох |
|  | | |  | | |
|  | | Симметричное отражение относительно оси Ох |  | | Симметричное отражение относительно оси Оу |
|  | | |  | | |
|  | Симметричное отражение относительно оси Ох части графика, расположенного ниже оси Ох | |  | Замена части графика, в области  симметричным отражением относительно оси Оу части графика расположенного в области | |
|  | | |  | | |

ПРОИЗВОДНАЯ

**Дифференцирование** – процесс нахождения производной.



ФОРМУЛЫ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| , С – постоянная |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

Пусть  и  дифференцируемы в точке *х*, тогда справедливо:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | Дифференцирование сложной функции |
|  | , |  |

ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ

Пусть  – закон движения, тогда  – мгновенная скорость,

 – мгновенное ускорение движения в момент времени *t.*

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Значение производной  в точке *х*0 – это угловой коэффициент (тангенс угла наклона ) касательной, проведенной к графику дифференцируемой функции в точке с абсциссой *х*0.



УРАВНЕНИЕ КАСАТЕЛЬНОЙ,

проведенной к графику функции в точке с абсциссой *х*0



ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИИ ПО ГРАФИКУ производной

|  |  |
| --- | --- |
| На рисунке справа – **график производной**.  Справедливы утверждения: | 0  *a*  *b*  *c*  *x*  *y*  *x0*  *k0* |
| **Область определения функции** – шире или равна области определенияпроизводной |
| **О множестве значений функции** ничего сказать нельзя |

|  |  |
| --- | --- |
| **Стационарные точки функции –** абсциссы общих точек графика производной и оси *Ох* | Стационарные точки функции: |
| **Точки экстремума функции** – абсциссы точек, в которых график производной пересекает ось *Ох*  снизу вверх – **точка минимума функции**,  сверху вниз – **точка максимума функции** | – точка минимума функции  – точка максимума функции |
| **Промежутки монотонности функции:**  **возрастания**– промежутки, на которых график производной находится над осью *Ох*  **убывания**– промежутки, на которых график производной находится под осью *Ох*  (включая примыкающие к промежуткам точки,  лежащие на оси *Ох*) | Функция возрастает при    Функция убывает при  и при |
| **Угловой коэффициент (тангенс угла наклона) касательной,** проведенной к графику функции в точке с абсциссой *x*0, равен значению производной при *х = x*0. | **Угловой коэффициент касательной,** проведенной к графику функции в точке с абсциссой *x*0, равен *k*0  **Угол наклона касательной** равен |

ПЕРВООБРАЗНАЯ (НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ)

 – первообразная функции  на некотором промежутке, если

для всех *х* из этого промежутка выполняется равенство



Если  – первообразная функции  то

 – также первообразная функции 

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Функция | Первообразная |  | Функция | Первообразная |
| С  (постоянная) |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  | (При ) |  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

(– произвольная постоянная)

Неопределенный интеграл 

– множество всех первообразных функции 

 – подынтегральная функция

 – подынтегральное выражение

ИНТЕГРИРОВАНИЕ – процесс нахождения первообразной (действие, обратное дифференцированию)

ПРАВИЛА ИНТЕГРИРОВАНИЯ

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Функция |  |  |  |
| Первообразная |  |  |  |

Пусть  – первообразная функции , а – первообразная функции , тогда

ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Если  – одна из первообразных функции  на промежутке , то



Формула Ньютона – Лейбница

 – подынтегральная функция

 – подынтегральное выражение

*a* – нижний предел интегрирования

*b* – верхний предел интегрирования

СВОЙСТВА ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА

|  |  |
| --- | --- |
|  | Если , то |
|  | Если , то |
|  | Если  – четная функция, то |
|  |
|  | Если  – нечетная функция, то |

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

СТЕПЕНИ

Показатель степени



Степень числа *а*

Основание степени

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Определение | Допустимые значения основания | Значения показателя |
| Степень  с **натуральным** показателем | при |  |  |
| Степень  с **нулевым** показателем |  |  |  |
| Степень  с **отрицательным целым**  показателем |  |  |  |
| Справедливы равенства: |  |  |
| Степень  с **положительным дробным** (**рациональным)** показателем |  |  |  |
| Степень  с **отрицательным дробным (рациональным)**  показателем |  |  |  |
| Степень  с **иррациональным**  показателем | – последовательность десятичных приближений числа *х* |  | *х* – иррациональное число |

Свойства степеней Полезно помнить:

|  |  |
| --- | --- |
| при | при |
| при  не определено | |
| (всего *п* нулей после 1), | |
| (всего *п* нулей перед 1, включая нуль перед запятой), | |

(Справедливы для степеней

с любыми показателями при

допустимых значениях оснований)

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |

**Литература**

1. Башмаков М.И. Математика: учебник для учреждений нач. и сред. проф. образования— М.: Издательский центр «Академия» 2012.-256с.
2. Лисичкин В.Т. , Соловейчик И.Л. Математика в задачах и решениях. Учебное пособие-СПб.: «Лань»,2012.-463с.
3. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.-М. Высшая школа,2010.- 400 с.
4. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. Учебное пособие для средних спец. учеб. заведений.-М.: Высшая школа, 2012.-495 с.
5. Дадаян А.А. Сборник задач по математике.- М. Издательство: Инфра-М. Год издания: 2011.-352с.
6. Дадаян А.А. Математика: Учебник.-М.: ФОРУМ: ИНФРАМ, 2013.-552с.- (Серия «Профессиональное образование»).
7. Колмогоров А.Н., Абрамов А.М. и др. Алгебра и начала анализа 10-11 кл. М., Просвещение,2011.-365с.
8. Погорелов А.В. Геометрия 7-11 кл. М., Просвещение, 2011.-383с.